BERMAIN DENGAN KALENDER

Wahidin, M.Pd

blog: headymathic.wordpress.com e-mail: headymatic@uhamka.ac.id

Rabu, 19 Januari 2011, penulis memberikan gambar kalender UHAMKA khusus untuk bulan Mei 2011. Kemudian meminta 39 orang mahasiswa tahun ke-2 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UHAMKA untuk mengekplorasi dan menginvestigasi kalender yang diberikan. Instrumen yang diajukan kepada mahasiswa adalah untuk melihat angka-angka pada kalender tersebut berdasarkan cara penataannya, operasi bilangan yang digunakan, dan pola bilangan atau barisan.

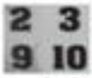
Alternatif hasil eksplorasi dan investigasi yang penulis tawarkan adalah sebagai berikut:

K-1. Penataan bilangan secara diagonal merupakan bilangan ganjil atau genap, contoh: 1, 9, 17, 25 dan 6, 12, 18, 24, 30.

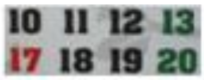
K-2. Bilangan yang disusun menurut diagonal dari kiri atas ke kanan bawah merupakan barisan aritmetika dengan beda 8 (contoh: 2, 10, 18, 26), sementara yang disusun menurut diagonal dari kanan atas ke kiri bawah merupakan barisan aritmetika dengan beda 6 (contoh:7, 13, 19, 25, 31).

K-3. Bilangan pada setiap baris merupakan barisan aritmetika dengan beda 1, contoh 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28; dan bilangan pada setiap kolom merupakan barisan aritmetika dengan beda 7, contoh 1, 8, 15, 22, 29 dan 6, 13, 20, 27, sehingga kita bisa memperluas masalahnya kepada pertanyaan : tentukan bilangan pada baris ke-100 untuk hari Rabu" ataupun "bilangan 2011 berada pada hari apa?"

K-4. Untuk bilangan yang membentuk persegi atau persegipanjang, pasangan bilangan pada setiap pojok secara diagonal memberikan jumlah yang sama. Begitu juga untuk penjumlahan semua angka yang ada pada masing-masing diagonalnya. Seperti :



$2 + 10 = 9 + 3 = 12$



$10 + 20 = 17 + 13 = 30$

$4 + 12 + 20 + 28 = 25 + 19 + 13 + 7 = 64$

K-5. Pada susunan bilangan yang membentuk persegi 3 × 3, jumlah dua bilangan yang membentuk tanda tambah (+) adalah sama. Contoh:

$3 + 17 = 9 + 11 = 20$

$18 + 20 = 12 + 26 = 38$

K-6. Jumlah bilangan pada setiap kolom dengan banyaknya baris sama adalah berselisih 4 dari kolom sebelumnya, sedangkan untuk setiap baris berselisih 49.

46 50 54 58 62 66 70

4 4 4 4 4 4

28
77
126
175

49
49
49

Dengan demikian kita dapat memprediksi jumlah bilangan-bilangan yang berada pada baris ke-2011, yaitu 28 + 2010 × 49 = 98518. Secara umum jumlah bilangan-bilangan pada barisan ke-*n* adalah

$$U_n = 49n - 21$$

Untuk menjelaskan hal ini, kita tinjau kembali temuan pada K-3, yaitu bilangan pada setiap kolom merupakan barisan aritmetika dengan beda 7. Karena ada 7 kolom, yang mana setia kolomnya berselisih 7, sehingga jumlah bilangan-bilangan berdasarkan baris akan berselisih 7 × 7 = 49.

K-7. Determinan setiap matriks 2 × 2 adalah -7

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 10 & 11 \\ 17 & 18 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det} &= 1 \times 9 - 8 \times 2 \\ &= 9 - 16 \\ &= -7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{Det} &= 10 \times 18 - 11 \times 17 \\ &= 180 - 187 \\ &= -7 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} 20 & 21 \\ 27 & 28 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det} &= 20 \times 28 - 27 \times 21 \\ &= 560 - 567 \\ &= -7 \end{aligned}$$

K-8. Setiap matriks 3 × 3 tidak mempunyai invers, hal ini dikarenakan determinannya nol.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 10 \\ 15 & 16 & 17 \end{pmatrix}$$

	1	2	3	1	2	
	8	9	10	8	9	
	15	16	17	15	16	
405	160	272		153	300	384

$$\begin{aligned} \text{Det} &= (153 + 300 + 384) - (405 + 160 + 272) \\ &= 837 - 837 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 16 & 17 \\ 22 & 23 & 24 \\ 29 & 30 & 31 \end{bmatrix}$$

	15	16	17	15	16	
	22	23	24	22	23	
	29	30	31	29	30	
11339	10800	10912		10695	11136	11220

$$\begin{aligned} \text{Det} &= (10695 + 11136 + 11220) + (11339 + 10800 + 10912) \\ &= 33051 - 33051 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Dengan bantuan *Microsoft Excel* dengan perintah “=MDETERM(C1:F4)” untuk matriks 4 × 4 seperti

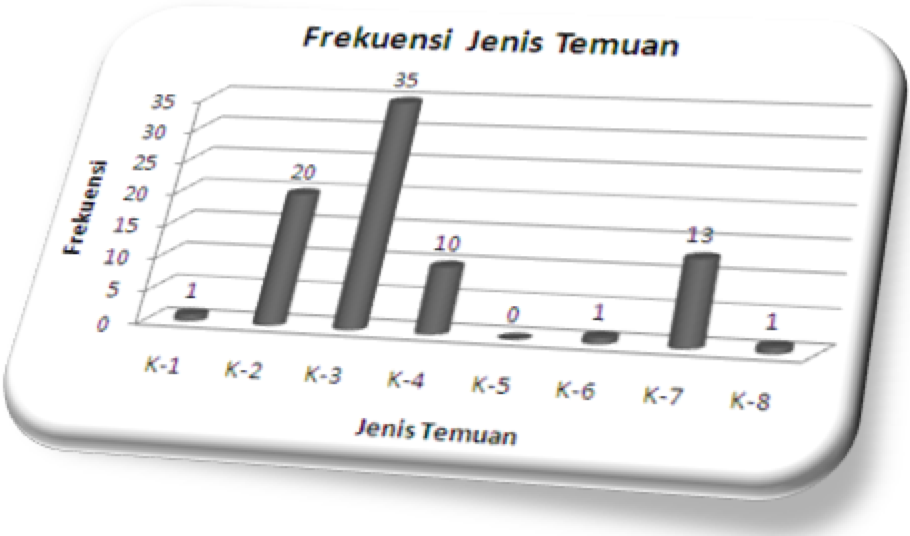
$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 6 \\ 10 & 11 & 12 & 13 \\ 17 & 18 & 19 & 20 \\ 24 & 25 & 26 & 27 \end{vmatrix}$$

memberikan nilai determinan = 0. Begitu pula kalau kita teruskan untuk matriks 5 × 5 hingga matriks $n \times n$ akan memberikan determinan yang nol, dengan catatan penataan angka-angkanya berdasarkan pola kalender ini. Eksplorasi dan investigasi ini mampu memberikan banyak konjektur untuk dibuktikan secara induktif maupun deduktif, sehingga dapat menjadi suatu teorema. Untuk temuan K-3 ini, kita dapat memperumumnya (masih berupa konjektur) bahwa

Setiap matriks $n \times n$ tidak mempunyai invers, untuk $n \geq 3$ dan $n \in$ N

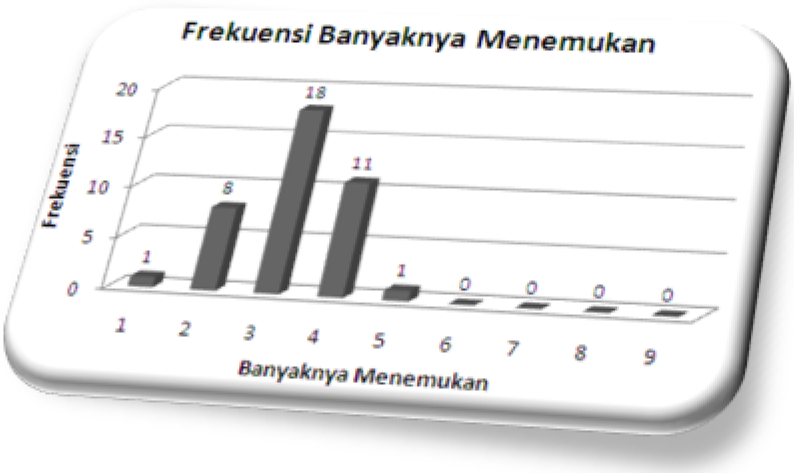
Berikut hasil kerja mahasiswa yang dirangkum dalam tabel, untuk dilihat kesesuaiannya dengan apa yang menjadi solusi penulis.

NO	JENIS TEMUAN	FREKUENSI	PERSEN
1	K-1	1	2.6
2	K-2	20	51.3
3	K-3	35	89.7
4	K-4	10	25.6
5	K-5	0	0.0
6	K-6	1	2.6
7	K-7	13	33.3
8	K-8	1	2.6



Sementara untuk memperoleh banyaknya temuan (menemukan *n*-jenis) dapat dirangkum pada tabel berikut:

Banyaknya Menemukan	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Frekuensi	1	8	18	11	1	0	0	0	0
Persentase (%)	2,6	20,5	46,2	28,2	2,6	0,0	0,0	0,0	0,0



Dari 8 temuan penulis, 7 di antaranya dapat diamati pula oleh mahasiswa, tentu dengan beragam frekuensi. Akan tetapi satu temuan penulis (yaitu K-5) yang belum dapat ditemukan oleh mahasiswa, yakni berkenaan dengan konsep:

$$3 + 17 = 9 + 11 = 20$$

bahwa penjumlahan secara palang akan memberikan hasil yang sama.